

**Ryszarda IWANEJKO**  
**Stanisław M. RYBICKI**

*Instytut Zaopatrzenia w Wodę i Ochrony Środowiska  
Politechnika Krakowska  
Kraków*

## **PRAKTYCZNE ASPEKTY STOSOWANIA METODY HIERARCHICZNEGO WYBORU AHP W ZAGADNIENIACH ZAOPATRZENIA W WODĘ**

### **PRACTICAL APPLICATION OF THE HIERARCHIC CHOICE AHP METHOD IN WATER SUPPLY ISSUES**

*The paper presents the hierarchic choice AHP method. Theoretical background of this method has been presented as well as its advantages and possible problems occurring during practical implementation.*

*The AHP method is recommended to support a decision-making in multi-criteria problem when numerous variants of technical solutions must be taken into consideration. It allows to combine both qualitative and quantitative criteria. With these groups of criteria direct choice has been recognized as almost impossible until the AHP application. Despite traditional methods based mostly on intuition and experience, the AHP method is widely recognized as most flexible tool in multi-criteria decision making.*

## **1. Wprowadzenie**

Problemy decyzyjne przedsiębiorstw wodociągowych mają na ogół charakter wielokryterialny, przy czym kryteria są przeciwstawne (np. koszty, powierzchnia kontra efektywność, niezawodność). Takie problemy należą do tzw. problemów źle zdefiniowanych matematycznie, gdyż nie istnieje rozwiązanie, które byłoby najlepsze ze względu na wszystkie kryteria oceny jednocześnie. W praktyce liczby kryteriów i wariantów mogą być znaczne. Te fakty uniemożliwiają jednoznaczne wskazanie najlepszego w danych warunkach rozwiązania. Dotychczas najczęściej wyznaczano zbiór tzw. rozwiązań polioptymalnych, czyli zbiór nieporównywalnych rozwiązań kompromisowych (optymalnych w sensie Pareto, niezdominowanych). W rzeczywistości jednak decydent często jest zainteresowany pełnym uporządkowaniem tych rozwiązań polioptymalnych i wskazaniu takiego najlepszego rozwiązania, które uwzględniałoby jego subiektywne preferencje.

Jak wiadomo, nie istnieje uniwersalne podejście do rozwiązywania wszystkich takich problemów. Stosowane w praktyce metody wywodzą się albo z tzw. szkoły europejskiej

albo z amerykańskiej. Metody szkoły europejskiej (np. ELECTRE) oparte są na tzw. relacji przewyższenia, zakładają możliwość nieporównywalności dwóch wariantów i w praktyce sprawiają wiele trudności. Metody szkoły amerykańskiej (np. AHP) zakładając porównywalność wszystkich wariantów (czy kryteriów) polegają na agregacji wszystkich kryteriów do jednej tzw. globalnej funkcji użyteczności  $H$ , która jest matematycznym zapisem preferencji decydenta.

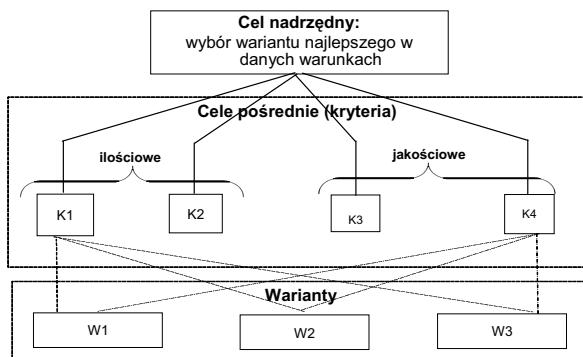
W dalszym ciągu przedstawiona zostanie metoda hierarchicznego wyboru AHP.

## 2. Podstawy teoretyczne metody

Hierarchiczna metoda AHP (Analytical Hierarchy Process) służy do porównywania wariantów decyzyjnych gdy należy uwzględnić wiele kryteriów oceny i przeanalizować wiele możliwych wariantów decyzyjnych. Kolejnymi etapami metody są:

- 1) hierarchizacja problemu,
- 2) ocena ważności kryteriów (dokonywana przez decydenta),
- 3) ocena wariantów z uwzględnieniem kryteriów (dokonywana przez eksperta lub ekspertów),
- 4) ustalenie reguły agregacji i wyznaczenie oceny końcowej.

Etap 1 polega na podziale problemu na grupy o różnych poziomach ważności (rys.1). Analizę przeprowadza się hierarchicznie rozpoczynając od wyznaczonego celu (o najwyższym stopniu ogólności), przez kryteria (wymagania o charakterze ilościowym lub jakościowym) aż do możliwych alternatywnych, dopuszczalnych wariantów działań.



Rys.1. Hierarchizacja w metodzie AHP

Fig.1. Hierarchy chart in the AHP method

Etapy 2 i 3 polegają na konstrukcji macierzy porównań parami  $(a_{ij})_{ij}$  opartych na tzw. fundamentalnej, dziewięciopunktowej skali Saaty'ego (tab.1). Dalej jako obiekt rozumie się kryterium lub wariant. Stopień preferencji obiektów, dokonywany w skali 1-9, uzależniony jest od osądu (wiedzy, doświadczenia lub przewidywań) przeprowadzające-

go ocenę i wynika ze stopnia ważności kryterium (etap 2) lub stopnia spełnienia danego kryterium przez kolejny wariant (etap 3). Przykładowo, jeśli przeprowadzający ocenę przyjął  $a_{ij}=7$ , to uważa, że obiekt „i” wykazuje silną preferencję nad obiektem „j”. Zgodnie z sugestią twórcy metody T.Saaty’ego, w celu lepszego zróżnicowania preferencji, wyrazy  $a_{ij}>1$  można wyznaczać z dokładnością do jednego miejsca po przecinku, a wyrazy  $a_{ij}<1$  z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

Tab. 1. Skala preferencji w metodzie Saaty’ego [3]

Tab. 1. Preferences’ scale in the Saaty’s metod[3]

$a_{ij}$	Znaczenie
1	jednakowa preferencja
3	słaba preferencja i nad j
5	znacząca preferencja i nad j
7	silna preferencja i nad j
9	absolutna (jednoznaczna) preferencja i nad j
2, 4, 6, 8	wartości pośrednie, stosuje się w przypadku konieczności dokładniejszego różnicowania ocen

W macierzy, której wyraz  $a_{ij}$  są wynikami odpowiednich porównań, musi być spełniona zasada przechodniości (tzn. jeśli preferowany jest obiekt „i” nad „j”, oraz preferowany jest obiekt „j” nad „k”, to również preferowany jest obiekt „i” nad „k”). Konstruując macierz preferencji (macierz porównań) wystarczy wyznaczyć  $n \cdot (n-1)/2$  wyrazów macierzy, gdyż na przekątnej zawsze  $a_{ii}=1$  a poza przekątną  $a_{ji} = 1/a_{ij}$  (zasada wzajemności). Zakłada się przy tym, że

$$a_{ij} = \omega_i / \omega_j \quad (1)$$

gdzie  $\omega_i, \omega_j$  - względne wagi danej oceny (dla kryteriów lub dla wariantów). Dla tak skonstruowanej macierzy preferencji zachodzi [6,8,9]

$$A\omega = \lambda \cdot \omega \quad (2)$$

gdzie  $\omega$  - wektor własny macierzy (którego współrzędne stanowią wagi  $\omega_i$ ),  $\lambda$  - odpowiadająca wartość własna macierzy. Dla macierzy tego typu wszystkie wartości własne z wyjątkiem dominującej są równe zero oraz  $\lambda_{\max} = n$ , gdzie  $n$  - rozmiar macierzy. Ta własność zachodzi w idealnym przypadku spójności ocen. Jako miary zgodności przyjmuje się dwie wartości [9]:

- 1) wskaźnik zgodności (Consistency Index)

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (3)$$

- 2) stosunek zgodności (Consistency Ratio)

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (4)$$

gdzie RI - jest wartością wskaźnika losowego stałą dla danego n (np. dla n=3 wg tabeli Saaty'ego CR=0,58) [6]. Zgodnie z zaleceniami powinny być spełnione warunki stałości preferencji, tj.

$$CI < 0,1 \quad \text{oraz} \quad CR < 0,1 \quad (5)$$

Wówczas macierze preferencji nie zawierają sprzeczności i nie wykazują braku konsekwencji, a wyznaczone w późniejszych krokach wagi będą miały poprawny kierunek. W przypadku braku stałości preferencji należy zweryfikować macierz porównań parami [6,9].

Wektory własne macierzy można wyznaczać metodą potęgową a maksymalną wartość własną z tzw. ilorazów Rayleigh'a [1].

Etap 4 wymaga określenia reguły agregacji, służącej do wyznaczenia hierarchii wariantów przy realizacji celu. Ta globalna formuła powinna być odzwierciedleniem preferencji decydenta. Najczęściej stosuje się formułę liniową w postaci

$$H(W_i) = \sum \omega_j \cdot K_j(W_i) \quad (6)$$

gdzie:  $W_i$  - i-te kryterium,  $\omega_j$  - waga j-tego kryterium (zakładamy, że wagi zostały znormalizowane, tzn. że w sumie dają 1,0),  $K_j(W_i)$  - ocena cząstkowa i-tego wariantu względem j-tego kryterium (wyznaczona jako odpowiednia waga w etapie 3). Formuła liniowa każdemu wariantowi  $W_i$  przypisuje ocenę z zakresu [0,1].

### 3. Główne problemy w zastosowaniach praktycznych

Stosowanie każdej metody wiąże się z różnymi niejasnościami i trudnościami. Poniżej krótko przedstawiono podstawowe problemy ujawniające się przy praktycznym stosowaniu metody.

#### 3.1. Wybór obiektów

W metodzie AHP, zależnie od poziomu hierarchii obiektami są kryteria lub warianty. Muszą być one określone na początku prac (etap 1).

Kryteria powinny zapewnić wyczerpywalność, spójność i niepowtarzalność oceny [9]. W zastosowaniach inżynierskich zazwyczaj uwzględnia się kryteria: ekonomiczne (z podziałem na jednorazowe koszty inwestycyjne oraz ponoszone corocznie koszty eksploatacyjne), ekologiczne (środowiskowe), społeczne, niezawodnościowe. Przy określaniu kryteriów konieczne jest indywidualne podejście do każdego problemu decyzyjnego, gdyż w różnych sytuacjach, nawet przy analogicznych celach do osiągnięcia, niektóre kryteria mogą być nieistotne. Metoda AHP umożliwia uwzględnienie dwóch różnych rodzajów kryteriów. Są to kryteria: ilościowe (mieralne np. wydajność, efektywność usuwania zanieczyszczeń) i jakościowe (niemierzalne np. komfort eksploatacyjny).

#### 3.2. Kryteria

Kryteria są uwzględniane na etapach: ich porównywania (etap 2) oraz oceny wariantów względem kryteriów (etap 3).

Porównanie kryteriów (etap 2) jest uważane za najważniejszą część praktycznego zastosowania. Rezultatem tego etapu są wartości współczynników wagowych  $\omega_j$  od-

zwierciedlające ważność kryteriów. Decydent może albo dokonywać porównań parami wszystkich kryteriów, (co oznacza, że wagi do oceny końcowej będą wyznaczane za pomocą odpowiedniej procedury matematycznej) albo może sam wprost podać wagi wykorzystywane w ocenie końcowej. Jest oczywiste, że pierwszy sposób, choć trudniejszy, gwarantuje większą poprawność rozwiązania. Przez porównania, zwłaszcza dla większej liczby wariantów, decydent ujawnia swoje nie zawsze do końca uświadomione preferencje. Zawsze bowiem jest możliwe, a równocześnie proste, porównanie dwóch obiektów. Ponadto wszystkie sprzeczności znajdują odbicie w ocenie spójności. Natomiast podanie wag wprost nie daje takiej możliwości.

Ocena wariantów względem kryteriów (etap 3) najczęściej nie jest prosta. Składa się z dwóch części. Część pierwsza to określenie miary pojedynczego wariantu, a część druga to porównanie miar dwóch wariantów.

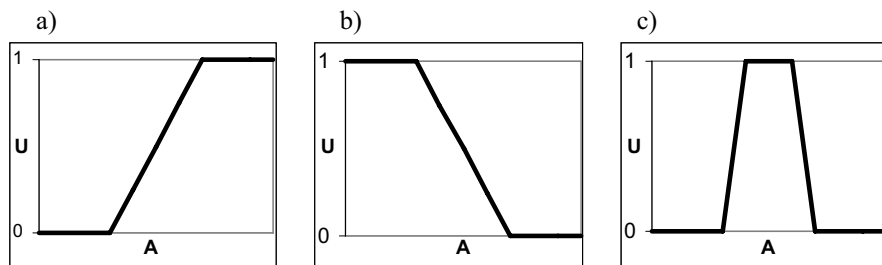
W przypadku, gdy kryterium jest ilościowe, wielkość obiektywnej miary danego wariantu względem tego kryterium można określić stosunkowo prosto. Jest to wartość atrybutu mierzalnego np. cena, koszt eksploatacji, niezawodność, czas, powierzchnia itp.

W przypadku, gdy kryterium jest jakościowe, wielkość miary danego wariantu względem tego kryterium najczęściej określa się w skali punktowej (np. 1÷10). Jest to wartość atrybutu niemierzalnego np. efektywność, uciążliwość, nowoczesność itp. Ta miara może wynikać z opracowania wielu ankiet (wówczas jako miarę zazwyczaj przyjmuje się dominantę lub wartość średnią) lub może być subiektywną oceną eksperta (ekspertów). Ta miara może być tradycyjna (tzw. ostra) lub podana jako tzw. liczba rozmyta. Oceny jakościowe zazwyczaj są obarczone pewnym stopniem subiektywizmu.

Część druga wymaga przyjęcia odpowiedniej tzw. funkcji użyteczności  $U$ . Użyteczność jest miarą stopnia osiągnięcia celu. Funkcja użyteczności jest zasadą: określa, w jakim zakresie zmiana wartości danego atrybutu powoduje wzrost miary zadowolenia decydenta i miary osiągnięcia celu. Tutaj nawet dla kryterium ilościowego sprawa nie jest prosta. Wartości atrybutów zazwyczaj nie są oceniane w skali liniowej. Przykładowo, gdy koszt inwestycyjny dwóch wariantów wynosi odpowiednio 5 i 10 mln zł, to wcale nie znaczy, że wariant pierwszy jest dwa razy lepszy od drugiego. W zależności od kondycji finansowej przedsiębiorstwa wodociągowego i jego innych zadań (priorytetowych, strategicznych, doraźnych) nie każda dodatkowo wydana jednostka pieniędzy ma taką samą wartość.

W praktyce najczęściej stosuje się kilka typowych kształtów funkcji użyteczności (rys.2). Przebieg każdego typu funkcji może być mniej lub bardziej łagodny czy symetryczny. Dla każdego zagadnienia i dla każdego kryterium, będącego podstawą tworzenia macierzy porównań wariantów, należy dobrać typ funkcji najlepiej odzwierciedlający zmiany stopnia spełnienia celu w zależności od zmian wartości atrybutów.

Przykładowo dla kryterium stosowanego dla pożądaných atrybutów pozytywnych (np. niezawodności, efektywności) należy wybrać funkcję rosnącą (rys.2a). Interpretacja tej funkcji jest następująca: niewielka wartość danego (pozytywnego) atrybutu nie daje wymiernych korzyści, – dlatego użyteczność jest bliska zeru ( $U \approx 0$ ). Decydent odczuje większe korzyści, gdy wartości atrybutów wzrosną. Największe korzyści i największe zadowolenie decydent odczuje, gdy cecha przekroczy pewną wartość (np. wymagany poziom niezawodności, minimalny stopień efektywności czy usuwania), przy czym znaczne przekroczenie tego granicznego poziomu już nie powoduje zauważalnego wzrostu korzyści, – dlatego przyjmuje się użyteczność bliską jedności ( $U \approx 1$ ).



Rys.2. Typowe kształty funkcji użyteczności ( $U$  – użyteczność,  $A$  – miara atrybutu)

Fig.2. Typical patterns of useability function ( $U$ -useability,  $A$ - measurement of the character).

Całkiem odmienną jest malejąca funkcja użyteczności polecana dla oceny atrybutów negatywnych np. kosztów (rys.2b). Interpretacja tej funkcji jest następująca: istnieje pewna granica, poniżej której koszty są akceptowalne i nie są praktyczne rozróżnialne ( $U \cong 1$ ). Wzrost kosztów do drugiej granicznej wartości, stanowiącej próg kosztów zbyt wysokich, powoduje spadek użyteczności wariantów. Dalszy wzrost kosztów oznacza koszty niemożliwe do poniesienia i zupełny spadek użyteczności wariantów ( $U \cong 0$ ).

Często jest stosowana funkcja środka (rys 2c), którą można zastosować np. dla zawartości pewnych związków w wodzie. Przykładowo, bardzo niskie stężenie fluoroków w wodzie uzdatnionej (poniżej  $0,5 \text{ mg/dm}^3$ ) powoduje próchnicę zębów, natomiast znacznie podwyższone (powyżej  $1,5 \text{ mg/dm}^3$ ) powoduje plamistość szkliva zębów, a dalszy wzrost (powyżej  $20 \text{ mg/dm}^3$ ) może doprowadzić do fluorozy – ciężkich zmian kostnych. W tym wypadku najwyższa użyteczność jest dla przedziału środkowego.

Jak widać, ten etap wymaga wyboru odpowiedniego kształtu funkcji użyteczności oraz określenia dla niej tzw. punktów kluczowych (granicznych, w których przebieg funkcji ulega zmianie). Te punkty muszą zostać wyznaczone dla każdego zagadnienia indywidualnie przez decydenta (np. dla kosztów) i eksperta (np. dla sprawności czy niezawodności).

### 3.3. Agregacja kryteriów

Końcowym rezultatem metody AHP jest ranking wariantów, czyli ich uszeregowanie od najlepszego do najgorszego (etap 4). Ta ocena jest wypadkową ocen uzyskanych względem każdego z uwzględnianych kryteriów, gdyż ujmuje względne współczynniki ważności tych kryteriów. Podstawą oceny jest przyjęcie odpowiedniej globalnej kryterialnej funkcji użyteczności  $H$ . Jest to równocześnie jeden z ważniejszych problemów metody AHP.

W praktyce najczęściej stosuje się tzw. addytywną (liniową) formułę agregacji

$$H_i(W_i) = \sum_j \omega_j \cdot K_j(W_i) \quad (7)$$

gdzie:  $W_i$  – jest  $i$ -tym wariantem (projektowym, decyzyjnym),  $K_j$  – oznacza  $j$ -te kryterium,  $\omega_j$  – względna waga  $j$ -tego kryterium (wagi są znormalizowane),  $K_j(W_i)$  – ocena cząstkowa  $i$ -tego wariantu względem  $j$ -tego kryterium.

Jest to najprostsza i najczęściej stosowana reguła, posiadająca tzw. własność kompensacji (tzn. małe wartości niektórych kryteriów cząstkowych są kompensowane dużymi wartościami innych kryteriów cząstkowych). W rezultacie wariant o najwyższej wartości funkcji H jest najlepszy ze względu na wszystkie kryteria łącznie.

Inną stosowaną regułą jest tzw. reguła multiplikatywna, która również posiada własność kompensacji

$$H2(W_i) = \prod_j K_j(W_i)^{\omega_j} \quad (8)$$

Regułą, która nie posiada własności kompensacji jest pesymistyczna reguła zwana też regułą środowiskową

$$H3(W_i) = \min_j K_j(W_i)^{\omega_j} \quad (9)$$

Wartość funkcji H odpowiada tutaj wartości najgorszego z kryteriów z uwzględnieniem jego wagi.

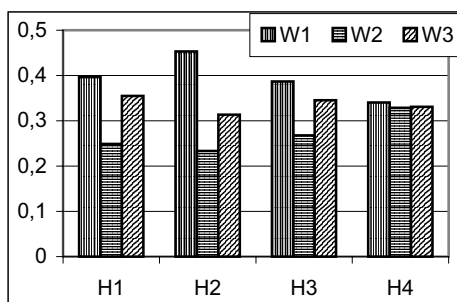
Całkowitym przeciwieństwem jest reguła optymistyczna

$$H4(W_i) = \max_j K_j(W_i)^{\omega_j} \quad (10)$$

dla której wariant optymalny jest najlepszy względem jednego, dowolnego kryterium.

Reguła agregacji powinna być odzwierciedleniem algorytmu stosowanego przez decydena. Zastosowanie reguły agregacji wynika z wyboru przeprowadzającego analizę, jednak można mówić o pewnych tendencjach. Reguła addytywna jest uznawana za dominującą w zastosowaniach, gdyż jest najłatwiejsza w interpretacji. Nie zawsze jednak odpowiada nam warunek kompensacyjny. W zastosowaniach praktycznych celowe, i równocześnie wskazane jest zastosowanie kilku reguł agregacji i przeprowadzenie analizy otrzymanych wyników. Jeśli porównanie wskazuje na analogię, tzn. zgodność tendencji końcowych rang, to decydena może mieć większe zaufanie do wyników oceny formalnej.

*Przykład:* W pracy [7] autorzy zastosowali metodę AHP do wyboru najlepszego w danych warunkach układu technologicznego realizującego proces koagulacji. Jako miary oceny wyboru przyjęto sześć kryteriów (3 ilościowe oraz trzy jakościowe): K1 – minimalne koszty inwestycyjne, K2 – minimalne koszty energetyczne, K3 – minimalne koszty eksploatacyjne, K4 – najwyższa efektywność procesu (odniesiona do usuwania substancji zawieszonych), K5 – najwyższa szybkość tzw. wpracowania procesu, K6 – największa zdolność adaptacji do zmieniających się warunków. Rozważano trzy możliwe warianty projektowe: W1 – modernizacja w oparciu o istniejące urządzenia po ich przebudowie i wyposażeniu w nowe elementy wyposażenia, W2 – zastosowanie układów kompaktowych opartych na zespoleniu funkcji i zastosowaniu osadników wielostrumieniowych, W3 – modernizacja istniejących filtrów do funkcji filtrów kontaktowych. Dla danych warunków rangi wariantów określono za pomocą addytywnej funkcji użyteczności H1. Teraz dla porównania wyznaczono wartości dla funkcji typu H2, H3 i H4. Jak widać (rys. 3), niezależnie od przyjętego sposobu agregacji kryteriów, najlepszy jest wariant W1. Oznacza to wysoki stopień zaufania decydena do wyników.



Rys. 3. Wpływ sposobu agregacji kryteriów na rozwiązanie końcowe

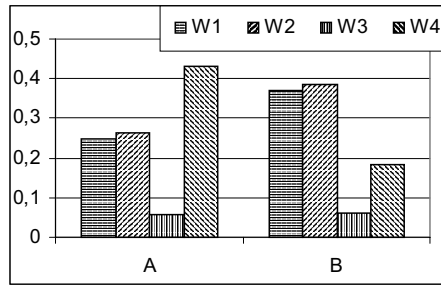
Fig. 3. Impact of the way of aggregation on final solution.

### 3.4. Analiza wrażliwości rozwiązania

Po uzyskaniu rozwiązania końcowego należy przeprowadzić tzw. analizę wrażliwości (inaczej: stabilności). Analiza ta polega na udzieleniu odpowiedzi na pytania typu: „jak zmieni się rozwiązanie, jeśli zmianie ulegną preferencje decydenta czy oceny ekspertów”. W rzeczywistych zastosowaniach, przy nie zmieniających się danych wyjściowych o wariantach, rozwiązania są praktycznie niewrażliwe na niewielkie, możliwe zmiany ocen ekspertów. Natomiast zmiany preferencji decydenta (decydentów) mogą znacząco wpływać na ranking końcowy. Etap polegający na konstruowaniu macierzy porównań kryteriów przez decydenta jest etapem najważniejszym. Jest uważany za „pradecyzję” opartą na nieujawnionych lecz tkwiących w świadomości preferencjach decydenta. Preferencje te mocno zależą od aktualnej sytuacji przedsiębiorstwa wodociągowego. Zmiana preferencji decydenta może w praktyce wynikać ze zmiany kondycji finansowej PW, ujawnienia się innych potrzeb (strategicznych lub doraźnych o wysokim stopniu konieczności realizacji)

*Przykład.* W pracy [4] zastosowano metodę do wyboru najlepszego w danej sytuacji typu ujęcia wód powierzchniowych. Jako kryteria wyboru przyjęto: K1 - najniższe koszty inwestycyjne, K2 - najniższe koszty eksploatacyjne i K3 - najniższą zawodność ujęcia. Rozważano cztery proste warianty rozwiązań: W1: ujęcie drenażowe w betonie, W2: ujęcie drenażowe w gruncie; W3: ujęcie zatopione (nurtowe) typu lekkiego oraz W4: ujęcie brzegowe. Dla sytuacji, gdy ujęcie ma pełnić rolę ujęcia podstawowego a przedsiębiorstwo wodociągowe nie ma problemów finansowych (A), najlepszy był wariant W4, natomiast gdyby ujęcie miało pełnić rolę ujęcia rezerwowego lub przy słabej kondycji finansowej przedsiębiorstwa, lepsze byłyby W2 lub W1 (rys.4).





Rys.4. Wpływ zmiany preferencji decydenta na rozwiązanie końcowe

Fig. 4. Impact of change of decision-maker's preferences on final solution.

### 3.5. Podstawowe ograniczenia metody

Największym ograniczeniem metody AHP jest liczba obiektów porównywanych na danym poziomie hierarchii. Dla  $n$  obiektów należy dokonać  $I = n(n-1)/2$  porównań. Jak widać, że wzrostem liczby obiektów ( $n$ ) ilość porównań wzrasta kwadratowo. W praktyce zaleca się nie stosować więcej niż 8 poziomów hierarchii, a na każdym porównywać nie więcej niż 8 obiektów. To zalecenie wynika z tzw. zasady Millera, wyrażającej psychologiczne ograniczenia oceny. Pomimo zalecenia czasem istnieje konieczność uwzględnienia większej liczby obiektów. W literaturze spotyka się przykłady praktycznych zastosowań metody dla większej liczby obiektów (np. dla  $n=10$  [9] czy dla  $n=30$  [Janik] - w pierwszym przypadku dla jednej z macierzy porównań nie udało się zapewnić spełnienia warunku zgodności a w drugim nie podano informacji o spełnieniu tych warunków).

Porównywanymi obiektami na różnych poziomach hierarchii są kryteria lub warianty. Kryteria powinny zapewnić istotność, wyczerpywalność, spójność i niepowtarzalność ocen. W wielu przypadkach dla niektórych kryteriów uwzględnia się podkryteria, stanowiące kategorie kryteriów.

Przy znacznej liczbie porównywanych obiektów istnieje większa możliwość skonstruowania macierzy niespójnych, nie spełniających warunków (4), (5). Dla takiej macierzy należy zweryfikować wyrazy macierzy porównań i ponownie dokonać sprawdzenia w/w warunków.

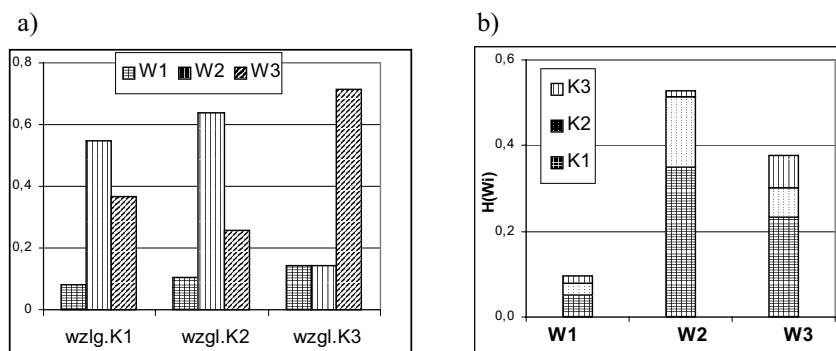
Jeśli decydent byłby zainteresowany tylko rozwiązaniami najlepszymi, to narzucającym się sposobem uniknięcia trudności na 3-cim etapie jest redukcja liczby wariantów np. na drodze wstępnej selekcji. Taką redukcję można przeprowadzić w dwóch krokach: uszeregowanie wszystkich wariantów względem każdego z kryteriów osobno (od najlepszego do najgorszego) oraz utworzenie nowego zbioru wariantów złożonego z tzw. „czołówek” (czyli wariantów ocenionych jako najlepsze względem poszczególnych kryteriów); dla każdego kryterium pomija się „ogony” (warianty najgorsze względem kryteriów). Następnie dla tak zredukowanego zbioru wariantów stosuje się metodę AHP i wyznacza się rangi oceny końcowej. Metoda redukcji, choć umożliwia zmniejszenie wymiarów macierzy wymaga praktyki i wyczucia, gdyż w przypadku niewłaściwego odcięcia „ogonów” może doprowadzić do eliminacji rozwiązań dobrych, a w rezultacie do wysunięcia błędnych wniosków końcowych.

## 4. Zalety metody AHP

Podstawowymi zaletami metody AHP są:

- skuteczność, przejrzystość i łatwość zastosowania (zwłaszcza w porównaniu z metodami typu ELECTRE),
- możliwość równoczesnego uwzględnienia kryteriów ilościowych (mierzalnych jak np. koszty) oraz kryteriów jakościowych (niemierzalnych jak np. efektywność),
- „odciążenie” decydenta przy ocenie ważności wszystkich kryteriów od razu (utworzenie macierzy porównań parami dla kryteriów jest dla decydenta proste, a zastosowanie odpowiedniego algorytmu pozwala na wyznaczenie wag kryteriów),
- rezultat końcowy w postaci rankingu analizowanych wariantów (etap 4); dla każdego wariantu wyznaczana jest wartość globalnej funkcji  $H$  – im wyższa wartość, tym bardziej dany wariant odpowiada oczekiwaniom decydenta;
- zmiany preferencji decydenta (np. wskutek zmiany sytuacji finansowej przedsiębiorstwa, ujawnienia innych strategicznych celów) są stosunkowo łatwe do uwzględnienia i mogą wpłynąć na zmianę końcowego rankingu wariantów,
- wizualizacja wyników cząstkowych wzbogaca wiedzę decydenta o problemie; cząstkowymi wynikami są wagi poszczególnych wariantów przy ocenach względem każdego z kryteriów osobno (etap 3) oraz udział w rankingu końcowym ocen względem poszczególnych kryteriów (etap 4).

*Przykład.* W pracy [3] analizowano najlepszy sposób poprawy warunków dostawy wody do odbiorców w pewnej jednostce osadniczej.



Rys. 5. Wizualizacja cząstkowych ocen (a) etapu 3, (b) etapu 4.

Fig. 5. Visualization of partial assessments (a) stage 3 (b) stage 4.

Jako kryteria wyboru najlepszego wariantu działań przyjęto: K1 - poprawa jakości wody u odbiorców, K2 - podniesienie niezawodności funkcjonowania, K3 - najniższy koszt potrzebny do uzyskaniażądanego efektu. Rozważano następujące warianty działań: W1 - wymiana części przewodów, głównie magistralnych, charakteryzujących się znacznym ryzykiem wystąpienia awarii, znacznym ryzykiem powodowania wtórnego skażenia wody w sieci lub znacznymi stratami wody, W2 - wykorzystanie innego, dodatkowego źródła wody, które nie jest zagrożone skażeniami, W3 - modernizacja istniejącego

zakładu uzdatniania wody. Graficzne przedstawienie wyników cząstkowych pozwala na zauważenie, który z wariantów jest najlepszy (najgorszy) względem każdego z kryteriów (rys. 5a, etap 3) oraz jak kryteria wpływają na końcową ocenę (rys. 5b, etap 4).

## 5. Podsumowanie

Intuicyjne dokonywanie wyborów dla problemów wielokryterialnych bywa trudne, dlatego rozwinęły się matematyczne metody wspomagające podejmowanie decyzji. Metoda AHP jest metodą wspomagania decydenta stosowaną dla problemów wielokryterialnych - rozwija jego wiedzę o problemie i utwierdza go w słuszności ostatecznego logicznego wyboru.

Metoda AHP jest szczególnie przydatna jeśli pewne kryteria oceny wariantów nie mają charakteru ilościowego lecz jakościowy a znaczna część ocen jest obarczona subiektywnością oceniającego. Metoda bazuje na zależnych od aktualnej sytuacji wartościowaniach i preferencjach tkwiących w świadomości decydenta. Do zastosowania metody AHP wystarczą informacje szacunkowe, gdyż zastosowanie kilkustopniowej skali ocen umożliwia „rozmytą” ocenę preferencji. Końcowy wynik (ranking) zależy przede wszystkim od preferencji decydenta, odzwierciedlających warunki działania i ograniczenia przedsiębiorstwa, ale też od wyboru kryteriów, typów funkcji użyteczności i ich punktów kluczowych. AHP jest uważana za metodę wiarygodną, gdyż uwzględnia preferencje decydenta i jest mało wrażliwa na błędy osądu - nawet przy dużej liczbie porównań niekonsekwencje i błędy znajdują odbicie w niespełnieniu warunków zgodności (5).

Doświadczenie autorów potwierdza pełną przydatność metody AHP w rozwiązywaniu zagadnień zaopatrzenia w wodę, pod warunkiem właściwego rozpoznania potrzeb i jednoznacznego ustalenia kryteriów. Metoda może być stosowana również m.in. w ocenie oddziaływania inwestycji na środowisko, wyborze lokalizacji obiektów, planowaniu i przy rozwiązywaniu innych problemów ochrony środowiska.

## Bibliografia

- [1] Dryja M., Jankowska J., Jankowski M., Przegląd metod i algorytmów numerycznych, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, część 2. Warszawa 1982.
- [2] Iwanejko R.: Program „APH”. Materiały niepublikowane, Politechnika Krakowska, Kraków 2006.
- [3] Iwanejko R., Multicriterion AHP decision making model as a tool for supporting the selection of optima decision in a Water Supply System, Environment Protection Engineering, vol.33, 2007
- [4] Iwanejko R., Application of a Multicriterion Model In Selection of a Surface Water Intake for a Small Community In the Southern Poland, Polish Journal of Environmental Studiem, vol. 16, No. 2A, Part III,2007

- [5] Janikowski R.: Wielokryterialny model decyzyjny jako narzędzie oceny oddziaływania projektowanej działalności człowieka na środowisko. Instytut Ekologii Terenów Uprzemysłowionych. Katowice 1993.
- [6] Rolad H.A., Moriarty B., System Safety Engineering And Management, Jon Wiley & Sons. Inc., 1990
- [7] Rybicki S.M., Iwanejko R., An attempt to application of the AHP method for choice of proper water treatment process. Pgs of the 16th International Conference on Systems Science, Wrocław 2007
- [8] Saaty T.L., The Analytic Hierarchy Process. New York, Mc-Graw Hill, 1980
- [9] Żak J., Wielokryterialne wspomaganie decyzji w transporcie drogowym, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2005