

Jadwiga KRÓLIKOWSKA

*Institut Zaopatrzenia w Wodę  
i Ochrony Środowiska  
Politechnika Krakowska*

## **APLIKACJA METODY GRAFU DO SZACOWANIA NIEZAWODNOŚCI SIECI KANALIZACYJNEJ**

### **APPLICATION OF THE GRAPH METHOD IN EVALUATING THE RELIABILITY OF SEWAGE NETWORKS**

*Modeling the processes that define the reliability of sewage networks' operation is unconditionally necessary, since it enables, in the first place, identification of organizational and technical works (structural, construction and technological ones) improving reliability; and definition of their economic effectiveness. The presented graph method, which has not yet been applied to evaluation of sewage networks, is a tool for such modeling. The scope of this paper encompasses presentation and application of the równań stanów method for sewage network in the town of Alwernia in southern Poland. The article uses the results of field research on failure frequency of sewage pipelines conducted according to the principles of the theory of reliability with the focus on the graph method.*

## **1. Wprowadzenie**

Znajomość poziomu niezawodnościowego systemu jest niezbędnym elementem w współczesnym podejściu do zarządzaniu tymi systemami. Jego określenie i analiza mogą być dokonywane na różne sposoby. W przypadku systemów kanalizacyjnych powinno się uwzględniać m.in. złożoną strukturę, rozproszenie terytorialne oraz mnóstwo niekorzystnych czynników, których przytłaczająca większość ma charakter przypadkowy, praktycznie niemożliwy do kontroli.

Procedura szacowania niezawodności systemów kanalizacyjnych powinna obejmować 5 etapów [1] [2] [3] [4]:

- ETAP 1 – analizę możliwych scenariuszy powstawania awarii w systemie,
- ETAP 2 – sporządzenie obszaru rażących czynników doprowadzających do sytuacji awaryjnej,
- ETAP 3 – wyznaczenie miary oddziaływania rażących czynników na system,
- ETAP 4 – obliczenie prawdopodobieństwa uszkodzenia poszczególnych elementów systemu przy oddziaływaniu na system czynników rażących (estymacja),
- ETAP 5 – oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia awarii całego systemu.

Pierwsze dwa etapy w procedurze oceny niezawodności funkcjonowania systemu bazują na uzyskaniu wyjściowych informacji dotyczących warunków działania i eksploatacji systemu kanalizacyjnego, a także jego stanu technicznego (konstrukcji) oraz przestrzegania przedsięwzięć odnoszących się do likwidacji sytuacji awaryjnych. Kolejne trzy etapy to przejście od wyników analizy do sformalizowanych obliczeń, pozwalających na ilościową ocenę prawdopodobieństwa powstawania awarii.

W niniejszym artykule rozwinięty zostanie etap 5. Zakres publikacji obejmuje przedstawienie i aplikację metody równań stanów dla sieci kanalizacyjnej niewielkiego miasta w południowej Polsce (Alwerni). W pracy wykorzystano wyniki prowadzonych badań terenowych dotyczących uszkodzalności przewodów kanalizacyjnych i zastosowano zasady teorii niezawodności, a w szczególności metodę grafów.

## 2. Opis metody równań stanów

Metoda równań stanów obok metod zdarzeń czy cyfrowych badań symulacyjnych pozwala dokonywać szacowania funkcji niezawodnościowych systemu i ich analizy. Polega na zastosowaniu teorii dyskretnych procesów Markowa do wyznaczenia prawdopodobieństwa przebywania obiektu w określonych stanach lub zbiorach stanów [6]. Prawdopodobieństwo to może być równoważne funkcji niezawodności, współczynnikowi gotowości itp. lub umożliwia wyznaczenie czasowych charakterystyk obiektu typu średni czas jego poprawnej pracy.

W sensie niezawodnościowym obiekt opisany jest tzw. procesem „narodzin i śmierci”. Elementy budujące obiekt ulegają awarii, są remontowane, po czym znowu są włączane do pracy. Oznacza to, że każdy element znajduje się pod oddziaływaniem strumieni niesprawności i odnowy.

Metoda równań stanów sprowadza się do rozwiązania układu równań liniowych algebraicznych, przy następujących założeniach:

- Obiekt (system) zbudowany jest z naprawialnych elementów, które charakteryzują się Poissonowskimi strumieniami niesprawności ( $\lambda_i$ ) i odnowy ( $\mu_i$ ).
- Jeżeli w chwili  $t$  obiekt znajduje się w stanie  $S_i$ , to w przedziale  $(t, t+dt)$  może nastąpić uszkodzenie lub odnowa jednego z jego elementów. Prawdopodobieństwo, że w konsekwencji uszkodzenia obiekt przejdzie od stanu  $S_i$  do stanu  $S_j$  równa się  $\lambda_{ij} dt + 0(dt)$ , gdzie  $\lambda_{ij}$  określa intensywność uszkodzeń systemu odpowiadająca temu przejściu. Natomiast prawdopodobieństwo odnowy obiektu, czyli przejście od stanu  $S_i$  do  $S_k$  równa się  $\mu_{ik} dt + 0(dt)$ , gdzie  $\mu_{ik}$  - intensywność odnowy obiektu odpowiadająca temu przejściu. Intensywność przejść między stanami odpowiada zdarzeniom losowym wystąpienia uszkodzenia lub zakończenia naprawy.
- Prawdopodobieństwo, że w czasie  $(t, t+dt)$  nastąpi więcej niż jedna zmiana stanów jest równe zero.

Bez przyjęcia założenia o stałości intensywności uszkodzeń i odnowy (warunki stacjonarne) mielibyśmy do czynienia z zadaniem złożonym, układem równań różniczkowych.

Wyprowadzenie układu równań liniowych algebraicznych wymaga wyznaczenia grafu lub macierzy prawdopodobieństwa przejść obiektu.

Graf stanów niezawodnościowych jest to najogólniejszy sposób przedstawienia struktury niezawodnościowej obiektu. Podstawą budowy grafu jest określenie zbioru stanów oraz zbioru przejść między nimi. Stan niezawodnościowy obiektu zależy od sprawności elementów tworzących go, przy czym poszczególne stany różnią się własnościami niezawodnościowymi. I tak wyróżnia się:

- - stan całkowitej sprawności obiektu, kiedy realizowane są wszystkie funkcje i zadania systemu,
- - stan całkowitej niesprawności systemu, kiedy żadne zadanie nie jest realizowane poprawnie,
- - stany częściowej sprawności systemu, kiedy realizowane są tylko niektóre funkcje lub zadania lub też pewien podzbiór funkcji i zadań o określonej sekwencji.

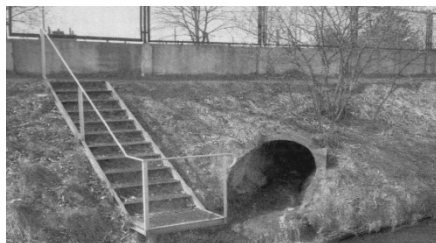
Wierzchołki grafu (ponumerowane) odpowiadają możliwym stanom systemu, a strzałki wskazują na jego przejście z jednego stanu w drugi. Przejścia między stanami niezawodnościowymi odpowiadają zdarzeniom typu uszkodzenie, naprawa, profilaktyka, kontrola itp. stąd każda strzałka opisana jest intensywnością strumienia niesprawności  $\lambda_i$  lub odnowy  $\mu_i$ . Przyjmuje się, że w jednej chwili może wystąpić tylko pojedyncze zdarzenie, tzn. uszkodzenie lub odnowa.

W macierzy prawdopodobieństw  $P$  przejść obiektu wiersze i kolumny odpowiadają stanom obiektu, a elementy  $p_{ij}$  macierzy prawdopodobieństwom przejść między stanami. W konstrukcji macierzy  $P$  istnieją następujące prawidłowości:

- wyrazy nad przekątną odpowiadają prawdopodobieństwu przejścia od  $S_i$  do  $S_j$  w wyniku uszkodzenia się obiektu w stanie  $S_i$ ,
- wyrazy pod przekątną odpowiadają prawdopodobieństwu przejścia od  $S_j$  do  $S_i$  w wyniku zakończenia odnowy obiektu w stanie  $S_j$ ,
- wyrazy na przekątnej odpowiadają prawdopodobieństwu pozostawania systemu w stanie  $S_i$ .

### 3. Oszacowanie niezawodności funkcjonowania sieci kanalizacyjnej w mieście Alwernia

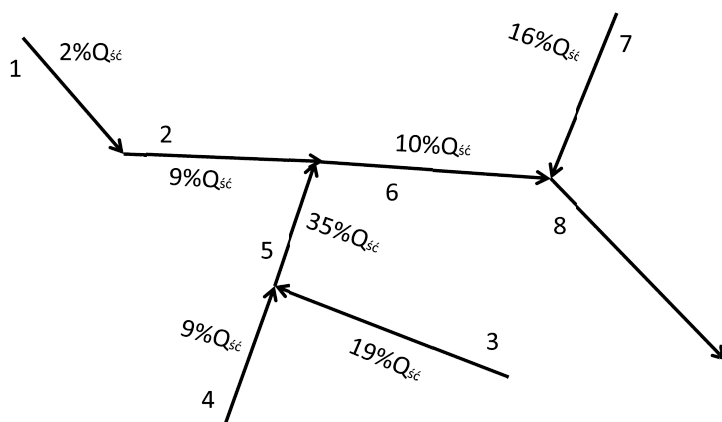
Miasto Alwernia posiada rozdzielczy system kanalizacji. Sieć ściekowa (sanitarna) o długości około 25 km wykonana jest w większości z rur PVC, o średnicach mieszczących się w zakresie 160 ÷ 315 mm. Główny kolektor kieruje ścieki na oczyszczalnię, znajdującą się na terenie Zakładów Chemicznych „Alwernia”, a następnie do potoku *Regulanka*. Ścieki opadowe są odprowadzane bezpośrednio do odbiornika; jest nim również *Regulanka* [7].



Rys.1. Widok na wylot ścieków do potoku Regulanka [7]

Fig. 1. View of sewage leak into the creek Regulanka [7]

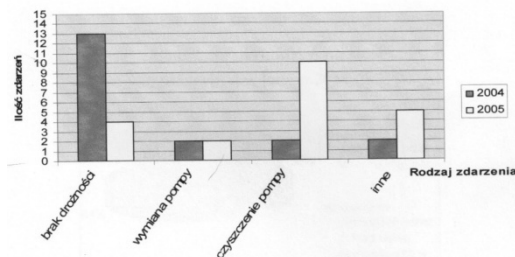
Układ głównych przewodów kanalizacyjnych w planie tworzących sieć kanalizacyjną w Alwerni przedstawiono na rysunku 2.



Rys.2. Uproszczony schemat sieci ściekowej w mieście Alwernia

Fig. 2. Simplified scheme of the sewage network in the town of Alwernia

Z analizy danych o uszkodzeniach tej sieci wynika, że powtarzające się zdarzenia to brak drożności kanałów, uszkodzenie pomp, czyszczenie pomp, uszkodzenia kanałów.



Rys.3. Najczęstsze zdarzenia występujące na sieci kanalizacyjnej w mieście Alwernia [7]

Fig. 3. The most frequent events concerning the sewage network in Alwernia [7].

Analiza dotyczy dwóch kolejnych po sobie następujących lat. Wzrost liczby „innych zdarzeń” (np. nieszczelność, uszkodzenie) było spowodowane stosowaniem monitoringu, który uwidocznili tego typu usterki na sieci.

Wielkość jednostkowej intensywności uszkodzeń  $\lambda_o$  oraz odnowy  $\mu_o$  wyznaczone w oparciu o badania wynoszą odpowiednio

$$- \lambda_o = 0,4 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{km}\cdot\text{h}} = 0,35 \frac{1}{\text{km}\cdot\text{rok}}$$

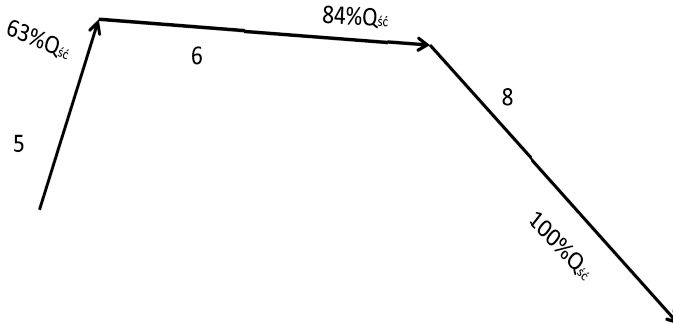
$$- \mu_o = 0,1 \frac{1}{\text{h}}$$

Ocenę niezawodności analizowanej sieci wykorzystując metodę grafów przeprowadzono ograniczając się w analizie do układu głównych kanałów transportujących znaczne ilości ścieków. W obliczeniach rozpatrywano przypadek, kiedy uszkodzenia kanałów mają miejsce w ich dolnych węzłach. Schemat sieci do tworzenia grafu przedstawia rysunek 4. Każdy z trzech kanałów charakteryzuje się długością ( $l_5, l_6, l_8$ ), przepływami w dolnych węzłach ( $q_5, q_6, q_8$ ) oraz strumieniami niesprawności ( $\lambda_5, \lambda_6, \lambda_8$ ) i odnowy ( $\mu_5, \mu_6, \mu_8$ ). Zarówno strumień niesprawności jak i odnowy są wielkościami stałymi.

Tab. 1. Zestawienie podstawowych wielkości opisujących główne kolektory analizowanej sieci [7]

Tab. 1. Compilation of basic value data on the main collectors in the analyzed network [7]

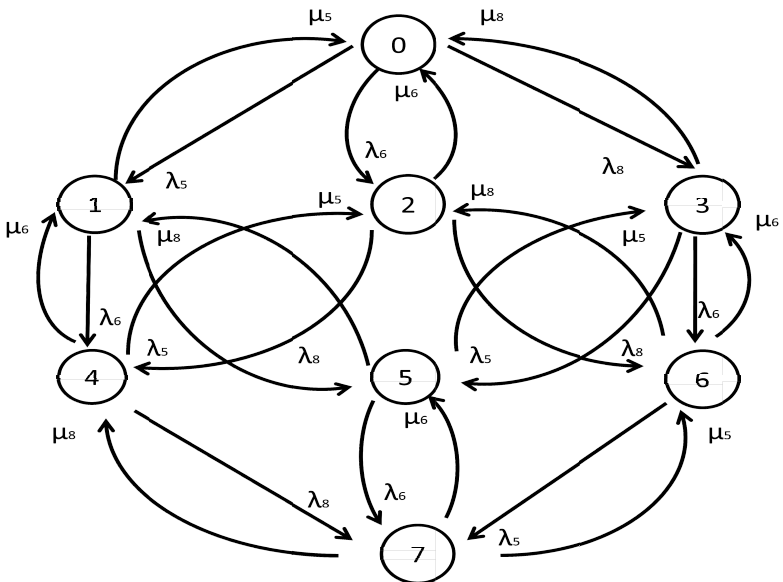
Nr kanału	Długość kanału [km]	Intensywność uszkodzeń $\lambda$ (1/h)	Intensywność odnowy $\mu$ (1/h)	Przepływ w dolnym węźle %Qn
5	5,5	$2,2 \times 10^{-4}$	0,1	63
6	0,8	$0,32 \times 10^{-4}$	0,1	84
8	1,0	$0,4 \times 10^{-4}$	0,1	100



Rys.4. Schemat głównych kolektorów sieci ściekowej w mieście Alwernia

Fig. 4. Scheme of the main collectors in the sewage network in the town of Alwernia

Proces przechodzenia z jednego stanu w drugi pod wpływem strumieni niesprawności i odnowy dla analizowanego systemu przedstawiono za pomocą grafu na rysunku 5.



Rys.5. Graf stanów analizowanego obiektu

Fig. 5 State graph for the analyzed element

Ponumerowane wierzchołki odpowiadają możliwym stanom, a strzałki wskazują na jego przejście z jednego stanu w drugi. Poszczególne stany to:

- 0 stan , w którym wszystkie elementy są sprawne
- 1 stan , w którym kanał nr 5 jest uszkodzony
- 2 stan , w którym kanał nr 6 jest uszkodzony
- 3 stan , w którym kanał nr 8 jest uszkodzony
- 4 stan , w którym uszkodzone są kanały nr 5 i nr 6
- 5 stan , w którym uszkodzone są kanały nr 5 i nr 8
- 6 stan , w którym uszkodzone są kanały nr 6 i nr 8
- 7 stan , w którym uszkodzone są wszystkie kanały

Prawdopodobieństwo zajścia tych stanów wynosi odpowiednio:

$$p_0 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_8) = \mu_5 \cdot p_1 + \mu_6 \cdot p_2 + \mu_8 \cdot p_3$$

$$p_1 \cdot (\mu_5 + \lambda_6 + \lambda_8) = \lambda_5 \cdot p_0 + \mu_6 \cdot p_4 + \mu_8 \cdot p_5$$

$$p_2 \cdot (\lambda_5 + \mu_6 + \lambda_8) = \lambda_6 \cdot p_0 + \mu_5 \cdot p_4 + \mu_6 \cdot p_6$$

$$p_3 \cdot (\lambda_5 + \lambda_6 + \mu_8) = \lambda_8 \cdot p_0 + \mu_6 \cdot p_6 + \mu_5 \cdot p_5$$

$$p_4 \cdot (\mu_5 + \mu_6 + \lambda_8) = \lambda_6 \cdot p_1 + \mu_8 \cdot p_7 + \lambda_5 \cdot p_2$$

$$p_5 \cdot (\mu_5 + \lambda_6 + \mu_8) = \mu_6 \cdot p_7 + \lambda_8 \cdot p_1 + \lambda_5 \cdot p_3$$

$$p_6 \cdot (\lambda_5 + \mu_6 + \mu_8) = \mu_5 \cdot p_7 + \lambda_6 \cdot p_3 + \lambda_8 \cdot p_2$$

$$p_7 \cdot (\mu_5 + \mu_6 + \mu_8) = \lambda_8 \cdot p_4 + \lambda_6 \cdot p_5 + \lambda_5 \cdot p_6$$

Przy założeniu, że zajście któregośkolwiek z wymienionych zdarzeń jest zdarzeniem pewnym czyli

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = 1$$

Otrzymano następujące wartości:

$$p_0 = 0,99708679925$$

$$p_1 = 0,00219359096$$

$$p_2 = 0,00031906778$$

$$p_3 = 0,00039883472$$

$$p_4 = 0,00000070195$$

$$p_5 = 0,00000087744$$

$$p_6 = 0,00000012763$$

$$p_7 = 0,00000000028$$

Znajomość prawdopodobieństwa zajścia poszczególnych stanów pozwala szacować wielkość zrzutu nieoczyszczonych ścieków bezpośrednio do środowiska gruntowo-wodnego, powodującego jego dewastację jako wartość oczekiwaną wielkości losowej Q.

Tab. 2. Zestawienie poszczególnych wielkości do wyznaczenia wartości oczekiwanej wielkości losowej Q

Tab. 2. Compilation of individual values for used to determine the expected value of the random variable Q

Numer stanu	Prawdopodobieństwo zajścia stanu $p_i$	Wielkość awaryjnego zrzutu $q_i$ %Qn	$p_i \cdot q_i$
0	0,99708679925	0	0
1	0,00219359096	63	$1,381962 \times 10^{-3}$
2	0,00031906778	84	$2,680169 \times 10^{-4}$
3	0,00039883472	100	$3,988347 \times 10^{-4}$
4	0,00000070195	84	$5,896380 \times 10^{-7}$
5	0,00000087744	100	$8,774400 \times 10^{-7}$
6	0,00000012763	100	$1,276300 \times 10^{-7}$
7	0,00000000028	100	$2,800000 \times 10^{-10}$

Wartość oczekiwaną wielkości losowej Q określone według wzoru:

$$\sum_{i=1}^n p_i \cdot q_i = 0,00205405 \cdot Qn$$

gdzie Qn jest nominalną wydajnością systemu.

#### 4. Podsumowanie

Modelowanie procesów określających niezawodność sieci kanalizacyjnych jest ze wszech miar niezbędne. Pozwala przede wszystkim na wskazanie organizacyjno-technicznych przedsięwzięć (strukturalnych, konstrukcyjnych, technologicznych) zwiększających niezawodność, określenie ich ekonomicznej efektywności. Przedstawiona w pracy, dotychczas nie wykorzystywana w przypadku sieci kanalizacyjnych, metoda grafów jest takim narzędziem.



W odniesieniu do sieci kanalizacyjnych trudno jest zwiększać niezawodność poprzez rezerwowanie kanałów, uzbrojenia na nich. Oczywiście takie rozwiązanie stosuje się np. w pompowniach ściekowych, rezerwując pompy. Obszarem, w którym można wpływać na niezawodność sieci kanalizacyjnej jest na pewno rozwiązanie konstrukcyjne (np. wytrzymałość materiału, łączenie kanałów) czy możliwość sterowania, monitorowania oraz efektywna eksploatacja (np. zapewnienie drożności kanałów, sukcesywne remontowanie, racjonalne wydatkowanie środków itp.).

## Bibliografia

- [1] Błażejowski R., Buczkowski W., Matz R., Fryska M. *Ocena stanu technicznego i potrzeb renowacji kanałów ogólnospławnych i ściekowych m. Poznania*. Gaz, Woda i Technika Sanitarna, 2/ 2010
- [2] Denczew S., Królikowski A., *Podstawy nowoczesnej eksploatacji układów wodociągowo-kanalizacyjnych*, Wydawnictwo ARKADY, Warszawa 2002
- [3] ЕРМОЛИН, Ю.А., АЛЕКЕЕВ, М.И. *Оценка потенциального ущерба, связанного с ненадежностью канализационной сети*, Водоснабжение и сан. Техника, 2/2000
- [4] Kapcia J., *Awarie w systemach kanalizacyjnych* Rynek Instalacyjny 5/2006
- [5] Królikowska J., Królikowski A., *Wybór metody do oceny niezawodności sieci kanalizacyjnej jako systemów złożonych* VI Zjazd Kanalizatorów polskich POLKAN 07 pod patronatem Komitetu Inżynierii Środowiska PAN, Łódź 2007
- [6] Praca zbiorowa pod redakcją J.Migdalskiego, *Inżynieria niezawodności*. Poradnik. Warszawa, 1992
- [7] Warchoń, K., *Gospodarka wodno-ściekowa na terenie miasta Alwernia z uwzględnieniem aspektu niezawodności funkcjonowania sieci kanalizacyjnej*. Praca dyplomowa pod kierunkiem J.Kapcia), 2006. Kraków.

